

**國立臺中教育大學 108 學年度教師專業碩士學位學程招生考試**

**數學試題**

【本考科得以鉛筆作答】

一、填充題（每題 4%，共 100%）

1.  $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{12}{\sqrt{11}+\sqrt{5}}$  可以化簡為  $a\sqrt{11} + b\sqrt{7} + c\sqrt{5}$ ，則  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_。

2.  $\frac{3(2x-3)+(3x+1)}{2} + \frac{(2x-3)-3(3x+1)}{3} = \frac{1}{6}(\quad)$ 。

3. 二元一次方程式設有  $2x + 3y = 24$  有 \_\_\_\_\_ 組正整數解。

4. 設  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ， $x - 2y - 3z = 9$ ，求  $x^2 + 2y^2 + z^2 + 4y$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

5. 設  $f(x)$  為  $x$  的多項式，且  $8f(x) - 5x^6f(x^2) - 2f(x^3) + 18 = 0$ ，則  $f(x)$  的常數項為 \_\_\_\_\_。

6. 多項式  $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ ，其中  $p, q, r \in \mathbb{R}$ ，若  $f(x)$  除以  $x - 1$  和  $x + 1$  的餘數均為 3，且  $f(0) = -2$ ，則  $f(2) =$  \_\_\_\_\_。

7. 假設被除數為  $a$ 、除數為  $b$ 、商為  $q$ 、餘數為  $r$ ，若已知  $a = 531$ 、 $r = 27$ ，則除數  $b$  最小的值可能為 \_\_\_\_\_。

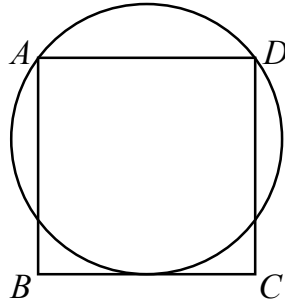
8.  $27^{30}$  除以 13 的餘數是 \_\_\_\_\_。

（背面尚有試題）

9. 已知一等差數列的公差是2，前10項和是70，此等差數列的首項 $a_1 =$ \_\_\_\_\_。

10. 已知一等比級數的前10項和為36，前20項和為45，則此等比級數的前30項和為\_\_\_\_\_。

11. 如下圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為10公分， $\overline{BC}$ 與圓相切，則此圓的半徑為多少公分？\_\_\_\_\_。



12.  $A(-3)$ ， $B(-1)$ ，和 $P(x)$ 為數線上相異三點，其中 $x \in \mathbb{R}$ ，且 $B$ 在 $\overline{AP}$ 上。若 $\overline{AB}:\overline{AP} = 1:6$ ，則 $x =$ \_\_\_\_\_。

13. 已知 $-3$ 與 $2x - y$ 成反比，且當 $x = 3$ 時， $y = -2$ ，則 $x$ 和 $y$ 的關係式在坐標平面上的圖形不通過第幾象限？\_\_\_\_\_。

14. 已知二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 有最小值6，且 $a:b:c = 2:4:5$ 。若 $P$ 為此二次函數上的動點，則 $P$ 到直線 $L:y = 4x$ 的最短距離為\_\_\_\_\_。

15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 112^\circ$ 且 $I$ 為 $\triangle ABC$ 的內心，則 $\angle BIC =$ \_\_\_\_\_度。

16. 已知三直線 $L_1:x - y + 2 = 0$ ， $L_2:x + 2y - 10 = 0$ ， $L_3:4x - y - 13 = 0$ 圍成一個三角形，則此三角形的重心座標為\_\_\_\_\_。

17. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為7, 8, 9，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為\_\_\_\_\_。

18. 已知一圓  $x^2 + y^2 = 4$  及點  $P(2,3)$ ，則過  $P$  點且與該圓相切的直線方程式為 \_\_\_\_\_。

19. 已知一橢圓的兩焦點為  $(1,3), (1,5)$  且其短軸長為 6，則該橢圓方程式為 \_\_\_\_\_。

20. 由  $y = x^2$  與  $x = y^2$  所圍成的圖形繞  $x$  軸一圈所得的旋轉體體積為 \_\_\_\_\_。

21. 若無窮數列  $\left(\left(\frac{2x}{1-x}\right)^n\right)$  收斂，則  $x$  之範圍為 \_\_\_\_\_。

22. 設一隨機試驗的樣本空間  $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ，若事件  $A = \{2,4,6,8\}$ ，則與  $A$  互斥的事件共有幾個？ \_\_\_\_\_。

23. 已知  $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ ，則  $\sin x =$  \_\_\_\_\_。

24. 設  $a = \sin 1, b = \sin 2, c = \sin 3, d = \sin 4$ ，則  $a, b, c, d$  的大小順序為何？ \_\_\_\_\_。

25. 右圖為  $2 \times 2$  的方格，若將 1, 2, 3, 4 四個數字隨機填入方格中，且每個方格中恰填一個數字，但數字可重複使用。試求事件「A 方格的數字大於 B 方格的數字，且 C 方格的數字大於 D 方格的數字」的機率為 \_\_\_\_\_。

A	B
C	D