准考證號碼：

國立臺中教育大學 108 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學專業試題

【本考科得以鉛筆作答】

一、填充題（每題 4%，共 100%）

1.設$a, b \in \mathbb{R}$，$a^2 + b^2 = 1$是$a = 1, b = 0$之________條件。(填入「充分而非必要」、「必要而非充分」、「充要」或「非充分且非必要」)

2. $[26,15,48,169] = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d \times 13^e$，$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e =$________。

3. a, b為二個連續整數，若$a < \sqrt{19} \times \sqrt{37} < b$，則$a + b =$________。

4.設$\sqrt{18 - 4\sqrt{14}}$的整數部分為a、小數部分為b，則$\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b+7} =$________。

5. $4001^3 + 3999^3 - 2 \times 4000^3 =$________。

6.設a、b、c為正整數，若$a \log_{396} 2 + b \log_{396} 3 + c \log_{396} 11 = 4$，則$a + b + c =$________。

7.已知$(2a + 3b - c)^7$展開式中a^3bc^3項的係數為k，則$k =$________。

8.將$f(x) = x^{100} + 2019$除以$x^2 - 2x + 1$可得餘式________。

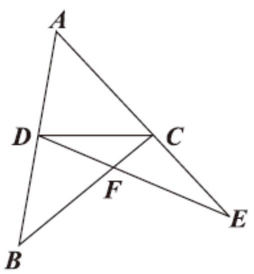
（背面尚有試題）

9.設d與e為方程式$x^2-3x+1=0$的兩根，則$(d+1)(e+1)=$________。

10.有一塔高90公尺，樹A在塔的正西方，樹B在塔的西$30°$南，某人從塔的頂端測得樹A底部的俯角為$60°$、樹B底部的俯角為$45°$，則樹A和樹B的距離為________。

11.在$\begin{cases} x+2y\le 8 \\ 3x+y\le 9 \\ x\ge 0, y\ge 0 \end{cases}$的限制條件下，$5x+4y$的最大值為________。

12.如右圖，$\triangle ABC$、$\triangle ADE$中，C、D兩點分別在$\overline{AE}$、$\overline{AB}$上，$\overline{BC}$與$\overline{DE}$相交於F點。若$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{CE}$，$\angle ADC+\angle ACD=114°$，則$\angle DFC=$________°。



13.已知$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=6, \overline{BC}=4, \overline{CA}=5$，若$H$是$\triangle ABC$的垂心且$\overrightarrow{AH}=m\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}$（其中$m,k$為實數），則$k=$________。

14. $ABCD$為平行四邊形，其中$A(2,1,4)$、$B(5,-2,6)$、$C(4,3,2)$，D點坐標為________。

15.已知$y=f(x)=2x^3-3x^2+5$，若利用$y=f(x)$之圖形可找出合成函數$y=\log_{\frac{1}{2}} f(x)$的圖形會在$a$點產生最大值，則$a$點的坐標為________。

16. 曲線$\left|\sqrt{x^2+y^2-10x-24y+169}-\sqrt{x^2+y^2+10x+24y+169}\right|=13$之同一分支的頂點與焦點，分別作為一拋物線的頂點與焦點。若此曲線和拋物線正焦弦長分別為a和b，試求$a+b=$________。

17.在空間座標中，若設O為原點，球面$S: x^2+y^2+z^2=27$，點a在S上且位於第一卦限，過a之切平面交x, y, z軸正向於A, B, C，則四面體$O-ABC$最小的體積為________（約分至最簡分數）。

18.有一個小球，剛開始時半徑幾乎為0公分，半徑以每秒鐘2公分的速度增加，當半徑增加到10公分時，瞬間的體積增加率為________立方公分。

19.已知$i=\sqrt{-1}$且$z^4=-8+8\sqrt{3}i$，則$z=$________。

20.一等差數列之前n項和為9，前$2n$項和為12，則前$5n$項之和為________。

21.設甲、乙兩箱中，甲箱內有1黃球1黑球，乙箱內有1黃球2黑球。一局的規定為「每次先從甲箱中隨機取一球放入乙箱中，再從乙箱中隨機取一球放入甲箱中。」試求在第二局結束後，有2黑球在甲箱中的機率為________。

22.在數線上，動點P由原點出發，依下列規則移動：投擲一枚均勻硬幣，若出現正面，則向右移動3單位；若出現反面，則向左移動1單位。若連續投擲均勻硬幣10次，則最後動點P落在坐標為-2的機率為________。

23.設$\{a_n\}$為無窮數列，若對任意正整數n，不等式
$4n^2-5 \le (3n^2+2)a_n \le 4n^2+3n+5$恆成立，則$\lim_{n\to\infty} a_n=$________。

（背面尚有試題）

24.已知$f(x)=\frac{2019(x+1)(x+2)(x+3)}{(x+4)(x+5)(x+6)}$，則$f(x)$在$x=-1$的導數為________。

25.設矩陣$A=\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix}$，若$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$成立，則$a+b=$________。